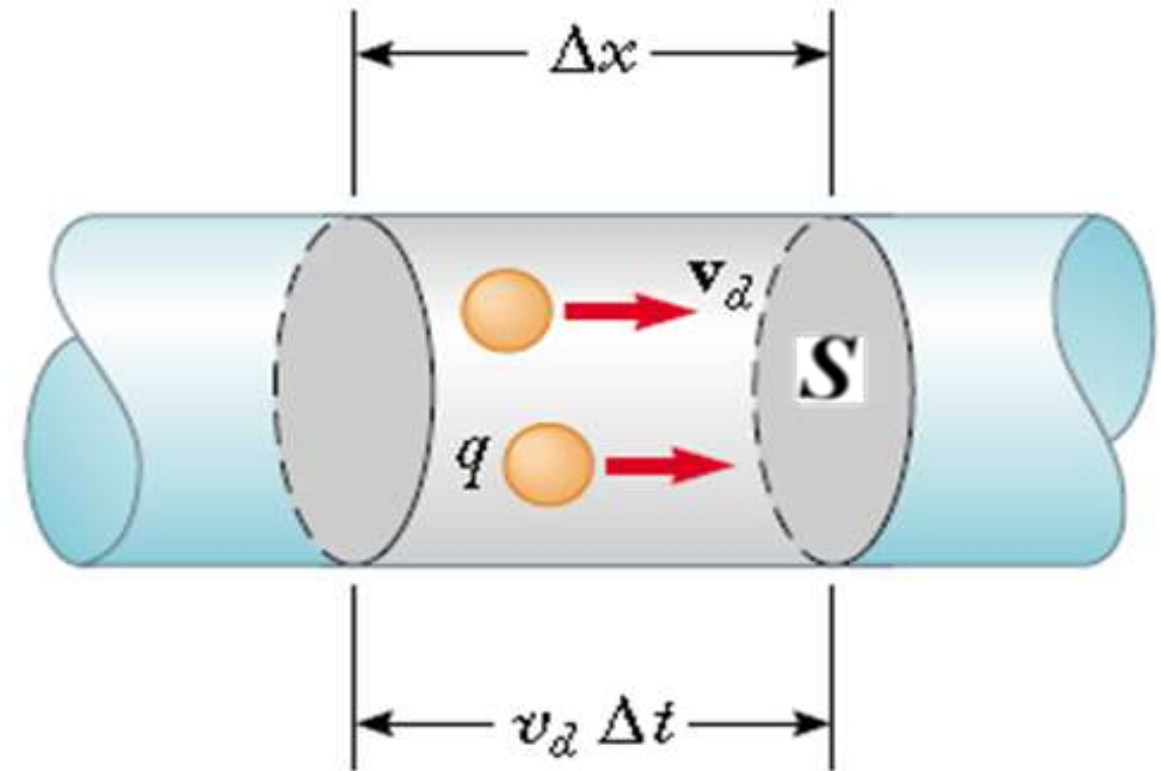
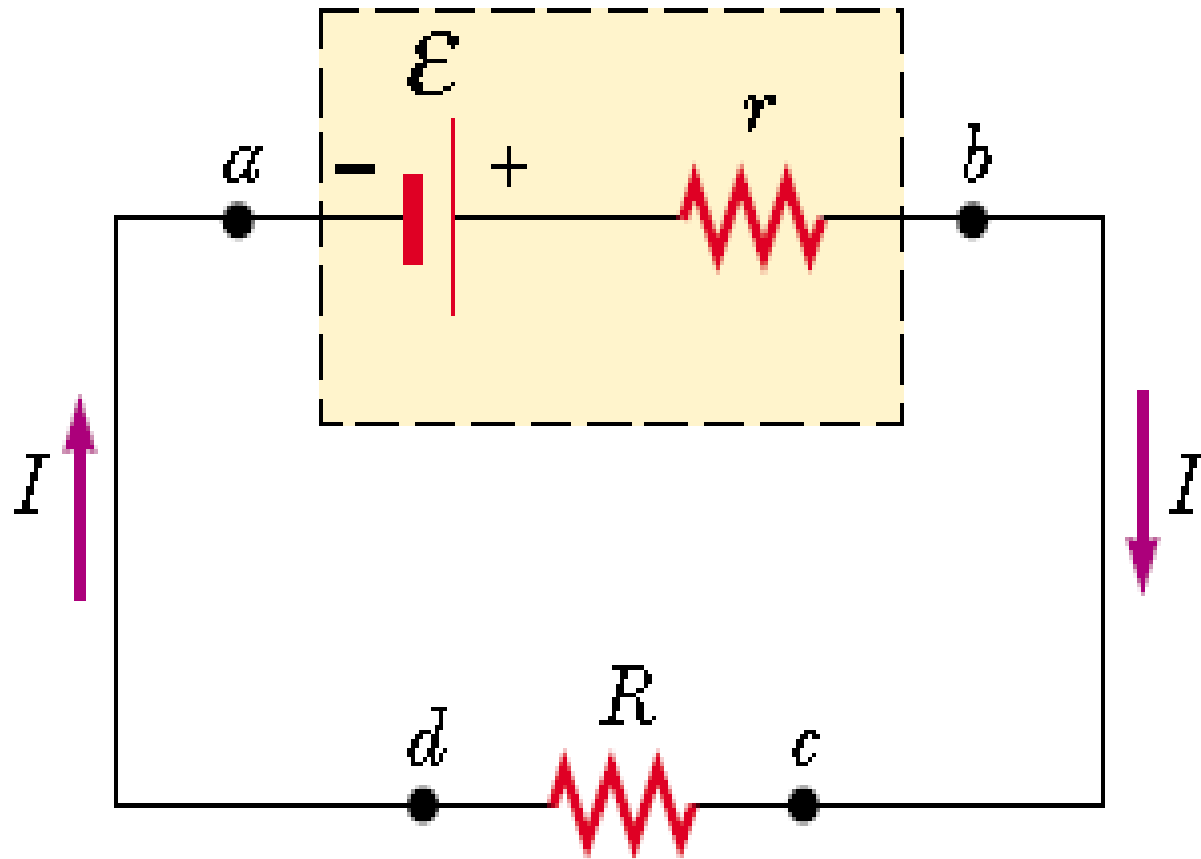


Circuits à courant continu (CC)



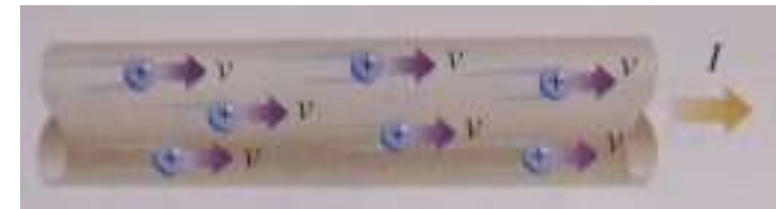
1. Introduction

- Jusqu'à présent, notre étude des phénomènes électriques s'est limitée à l'étude des charges à l'équilibre, ou électrostatique.
- Nous allons maintenant aborder des situations impliquant des charges électriques hors d'équilibre.
- Nous utilisons le terme courant électrique, ou simplement courant, pour décrire le débit de charges à travers une région de l'espace.
- Ce chapitre est consacré à l'analyse des circuits électriques simples. Nous verrons quelques circuits où les résistances peuvent être combinées selon des règles simples.
- L'analyse des circuits plus complexes est simplifiée par l'utilisation des lois de **Kirchhoff**, qui découlent des principes de conservation de l'énergie et de la charge électrique pour les systèmes isolés.

2. Le courant électrique

➤ Un courant est un mouvement d'ensemble de porteurs de **charges électriques** (**électron libre** dans les métaux ou **ions** dans des solutions liquides)

➤ Le **sens conventionnel** du courant électrique est le sens du mouvement des porteurs des charges positives.



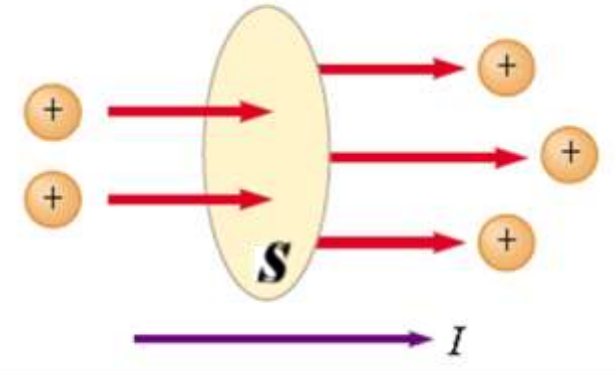
➤ Le sens conventionnel du courant est donc le **sens inverse** du mouvement des électrons ($q < 0$)



2.1. Intensité de Courant

- L'intensité d'un courant à travers une surface **S** est égale à la charge électrique qui traverse **S** par unité de temps :

$$I = \frac{dQ}{dt} \quad (1)$$



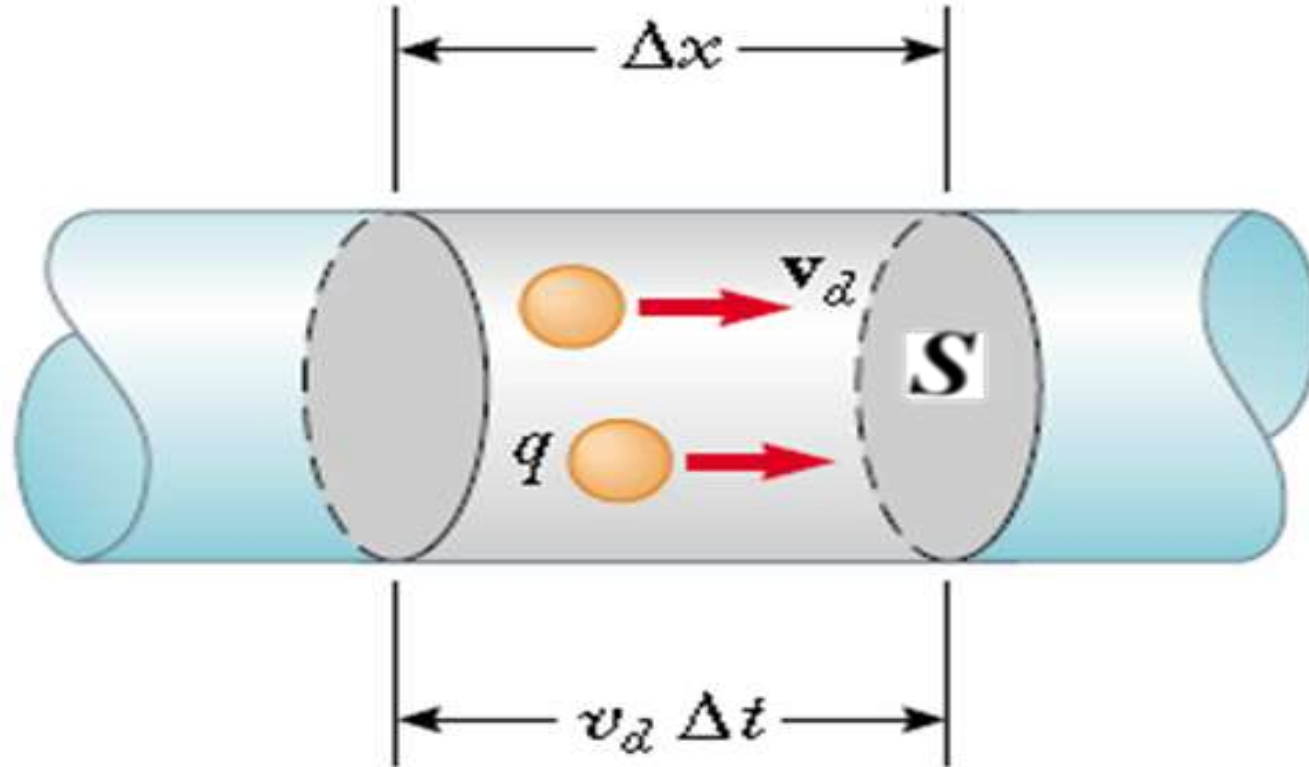
- L'unité **S.I** du courant est l'ampère (**A**):

$$1A = \frac{1C}{1s}$$

Exemple 1

Si $I = 10 \text{ mA}$ dans un conducteur métallique de section S , quel est le nombre d'électrons N qui traversent cette section par seconde ?

2.2. Modèle microscopique du courant

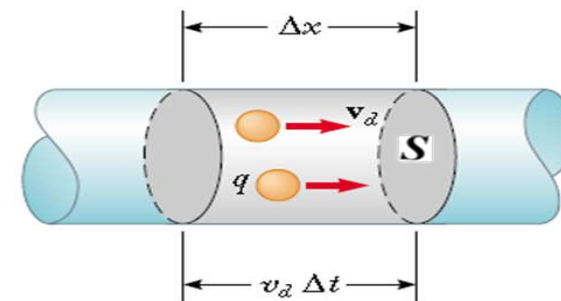


➤ Pour **relier** le courant au mouvement des porteurs de charge, il est possible de décrire un **modèle microscopique** de **conduction** dans un métal.

➤ Considérez le courant dans un conducteur de section transversale **S**

➤ Le volume (**V**) d'une section du conducteur de longueur **Δx**

(la région grise) est **$V = S \Delta x$ (3)**.



➤ Si **n** représente la **densité de porteurs** de charges c'est-à-dire le nombre de porteurs de charges mobiles (**N**) par unité de volume (**V**) :

$$n = \frac{N}{V} \Leftrightarrow N = n V \Leftrightarrow \boxed{N = n S \Delta x} \quad (4)$$

➤ Par conséquent, la charge totale (**ΔQ**) dans cette section : **$(\Delta Q) = N \cdot q$** , où **q** est la charge de chaque porteur: **$(\Delta Q) = N \cdot q \Leftrightarrow (\Delta Q) = (n S \Delta x) \cdot q$ (5)**

➤ Si les porteurs se déplacent à la vitesse v_d , leur déplacement selon l'axe x pendant un intervalle de temps Δt est $\Delta x = v_d \Delta t$ (6).

➤ Choisissons Δt comme l'intervalle de temps nécessaire pour que les charges parcourent une longueur Δx du conducteur (le cylindre). Physique, cela signifie que toutes les charges contenues dans le cylindre de longueur Δx vont traverser la section circulaire S située à l'extrémité du cylindre pendant ce temps.

➤ Avec ce choix, nous pouvons écrire la charge total (ΔQ) sous la forme:

$$(\Delta Q) = (n S \Delta x) \cdot q = (n S v_d \Delta t) \cdot q$$

➤ Si nous divisons les deux côtés de cette équation par Δt , nous voyons que le courant dans le conducteur est

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{(n S v_d \Delta t) \cdot q}{\Delta t} \Leftrightarrow I = n S v_d q \quad (7)$$

La vitesse des porteurs de charge v_d est une vitesse moyenne appelée **vitesse de dérive**

Exemple 2

Un fil de cuivre a une section de $3,31 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2$. S'il est parcouru par un courant de 10 A , *quelle est la vitesse de dérive des électrons ?*

On suppose que chaque atome de cuivre contribue « un électron » libre au courant.

La masse volumique du cuivre est de $8,95 \text{ g/cm}^3$.

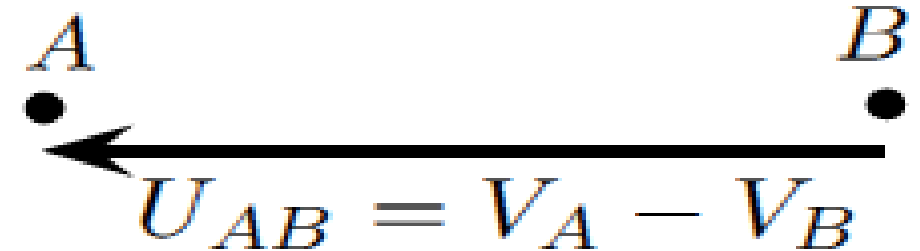
On donne :

La masse molaire du cuivre est $63,5 \text{ g/mol}$

Le nombre d'Avogadro $N_a = 6,02 \cdot 10^{23}$

2.3. Courant électrique et Tension (différence de potentiel)

- Lorsque le potentiel électrique n'est pas uniforme, il apparaît un champ électrique $\vec{E}$.
- Alors, les porteurs de charges mobiles sont soumis à la force électrique $q\vec{E}$ qui leur communique un mouvement d'ensemble. Ils engendrent alors un courant électrique.
- On appelle tension (électrique) la différence de potentiel entre A et B . Elle s'exprime, comme le potentiel, en volts (V).


$$U_{AB} = V_A - V_B$$

3. La loi d'Ohm

- Dans le chapitre 2, nous avons constaté que **le champ électrique à l'intérieur d'un conducteur est nul**. Toutefois, cette affirmation n'est vraie que si **le conducteur est à l'équilibre statique**.
- Cette section a pour but de décrire ce qui se produit lorsque les charges dans le conducteur **ne sont pas à l'équilibre**, auquel cas **un champ électrique apparaît dans le conducteur**.

3.1. Loi d'Ohm : la résistance

- La **loi d'Ohm** est une loi physique permettant de relier *l'intensité du courant électrique* traversant un dipôle électrique à *la tension* à ses bornes (elle permet de déterminer la valeur d'une **résistance**).
- Macroscopiquement, pour de nombreux conducteurs, la **tension** (différence de potentiels) entre les extrémités du conducteur est **proportionnelle** à l'**intensité** traversant le conducteur :

$$U_{AB} = V_A - V_B = R \cdot I_{A \rightarrow B} \Leftrightarrow I_{A \rightarrow B} = G \cdot U_{AB} \quad \text{avec } R = \frac{1}{G}$$

R est la résistance (en ohm, ***Ω***) du conducteur ohmique et ***G*** la conductance (en siemens, ***S***)

La loi d'Ohm énonce que :

Pour un conducteur métallique à température constante, le rapport de la différence de potentiel ΔV entre deux point au courant électrique I est constant. Cette constante est appelée la résistance électrique R du conducteur entre ces deux points. Nous pouvons exprimé la loi d'Ohm par :

$$R = \frac{\Delta V}{I} \quad \text{ou} \quad \Delta V = R I$$

Exemple 3

Un courant d'intensité $6,32\text{ A}$ passe dans un long fil de fer. L'indication d'un voltmètre branché à ses extrémités est de $48,25\text{ V}$.

Quelles la résistance du fil ?

3.2. Loi d'Ohm: la Conductivité (σ)

- Considérons un conducteur de section transversale S transportant un courant I .
- La densité de courant J dans le conducteur est définie comme le courant par unité de surface.
- Puisque, d'après l'équation (7) le courant $I = n S v_d q$, la densité de courant est:
$$J = n q v_d \quad (8)$$

Ou J s'exprime en (A/m^2) (unité SI).

- Cette expression n'est valable que si la densité de courant est uniforme et seulement si la surface de section S est perpendiculaire à la direction du courant.
- En général, la densité de courant est une quantité vectorielle :
$$\vec{J} = nq \vec{v}_d \quad (9)$$

➤ Une densité de courant J et un champ électrique E sont établis dans un conducteur chaque fois qu'une **différence de potentiel est maintenue** à travers le conducteur. **Expérimentalement**, dans certains matériaux, la densité de courant est proportionnelle au champ électrique : $\vec{J} = \sigma \vec{E} \quad (10)$

➤ où la constante de proportionnalité σ est appelée conductivité du conducteur. Les matériaux qui obéissent à l'équation (10) sont dits suivre la loi d'Ohm, du nom de Georg Simon Ohm (1789-1854). Plus précisément, la loi d'Ohm stipule que:

« *Pour de nombreux matériaux (y compris la plupart des métaux), le rapport de la densité de courant au champ électrique est une constante σ qui est indépendante du champ électrique produisant le courant.* »

Dans le cas d'un conducteur homogène et isotrope, la loi d'Ohm s'écrit donc:

$$\vec{J} = \sigma \vec{E}$$

$$\sigma = \frac{nq^2\tau}{m_e} \quad (11)$$

σ est la conductivité électrique du matériau, elle s'exprime en siemens par mètre ($S.m^{-1}$). Elle dépend du conducteur, de la température et de la pression par l'intermédiaire notamment de la constante de temps τ .

Démonstration :

- Il s'agit d'exprimer la densité de courant $\vec{j}$ dans un conducteur, en fonction du champ appliqué $\vec{E}$, en partant tout simplement du principe fondamental de la dynamique appliqué à une particule de charge q et de masse m_e :

$$m_e \frac{d\vec{V}}{dt} = q\vec{E} \Rightarrow \vec{V} = \frac{q}{m_e} \vec{E} t$$

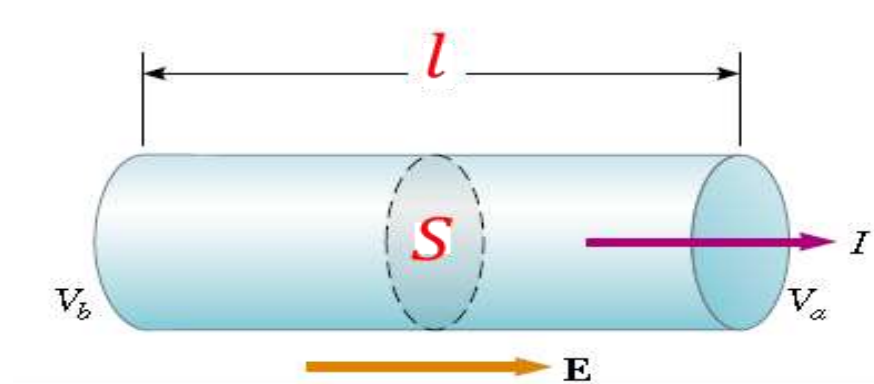
- En désignant par τ le temps moyen séparant deux chocs successifs, la vitesse de dérive s'écrit :

$$\overrightarrow{v_d} = \langle \vec{V} \rangle = \frac{q\tau}{m_e} \vec{E} = \mu \vec{E} \quad \text{avec } \mu : \text{la mobilité}$$

$$\begin{cases} \vec{j} = n q \overrightarrow{v_d} \\ \vec{j} = \sigma \vec{E} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{j} = n q \frac{q\tau}{m_e} \vec{E} \\ \vec{j} = \sigma \vec{E} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{j} = \frac{nq^2\tau}{m_e} \vec{E} \\ \vec{j} = \sigma \vec{E} \end{cases} \Leftrightarrow \boxed{\sigma = \frac{nq^2\tau}{m_e}}$$

3.3. La résistivité

➤ On peut obtenir une équation utile dans les applications pratiques en considérant un segment de fil droit de section transversale uniforme S et de longueur l ,



➤ Une différence de potentiel $\Delta V = V_b - V_a$ est maintenue aux bornes du fil, créant ainsi un champ électrique et un courant.

➤ Si le champ est supposé uniforme, la différence de potentiel est liée au champ par la relation $\Delta V = E l$.

➤ Par conséquent, on peut exprimer l'intensité du courant dans le fil comme suit :

$$J = \sigma E = \sigma \frac{\Delta V}{l}$$

$$\frac{I}{S} = \sigma E = \sigma \frac{\Delta V}{l}$$

$$\Delta V = \left(\frac{l}{S\sigma} \right) I$$

$$\boxed{\Delta V = R I}$$

La quantité $R = \left(\frac{l}{S\sigma} \right)$ est appelée la **résistance** du conducteur.

➤ L'inverse de la conductivité σ est la **résistivité** ρ : $\rho = \frac{1}{\sigma}$ (Ωm)

➤ Nous pouvons exprimer la résistance d'un matériau uniforme le long de la longueur l comme: $R = \left(\frac{l}{S\sigma} \right) \Leftrightarrow \boxed{R = \rho \left(\frac{l}{S} \right)} \quad (12)$

3.4. Ordres de grandeur

➤ Comme vous pouvez le voir dans l'équation $R = \rho \left(\frac{l}{s} \right)$, la résistance d'un matériau dépend de la géométrie ainsi que de la résistivité. Le tableau en face donne les résistivité d'une variété de matériaux à 20°C.

➤ Un conducteur idéal aurait une résistivité nulle, et un isolant idéal aurait une résistivité infinie.

Matériaux	Résistivité (Ωm)
Argent (Ag)	$1,6 \times 10^{-8}$
Cuivre (Cu)	$1,72 \times 10^{-8}$
Or (Au)	$2,44 \times 10^{-8}$
Aluminium (Al)	$2,82 \times 10^{-8}$
Fer (Fe)	10×10^{-8}
Platine (Pt)	11×10^{-8}
Germanium (Ge)	0,46
Silicium (Si)	640
Verre	de 10^{10} à 10^{14}
Caoutchouc dur	$\sim 10^{13}$

Exemple 4

Une barre de cuivre ayant une masse de $m_{cu} = 1,5 \text{ kg}$, doit être étirée pour réaliser un fil de 250Ω de résistance, à 20°C .

Déterminer la longueur L et le diamètre d du fil.

On donne :

La masse volumique du cuivre $d_{cu} = 8,9 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$

La résistivité du cuivre $\rho = 1,72 \times 10^{-8} (\Omega \text{ m})$

4. La loi de joule

- L'**effet Joule** est la manifestation thermique de la résistance électrique. Il se produit lors du passage d'un courant électrique dans tout matériau conducteur.
- De manière générale le courant électrique est assuré par le déplacement des charges électriques.
- Ces porteurs de charge en mouvement interagissent avec les atomes constitutifs du milieu dans lequel ils se déplacent – par exemple un câble électrique – ce qui constitue un frein, une résistance à leurs déplacements.
- Pour transférer une quantité déterminée de courant électrique par ce câble, il faut donc fournir une puissance supplémentaire, qui sera dissipée lors des interactions avec les atomes, sous forme d'énergie thermique (dissipation d'énergie électrique sous forme de chaleur). C'est ce qu'on appelle l'**effet Joule**.
- Donc, lors du déplacement des électrons, de l'énergie est dissipée sous forme de chaleur :

$$dW = d\vec{F} \cdot \vec{l} = dq \vec{E} \cdot \vec{l}$$

Si le champ est uniforme, on a $V = El \Rightarrow dW = dq V$

La puissance est donnée par

$$P = \frac{dW}{dt} = \frac{dq}{dt} V = I \cdot V = R \cdot I^2$$

$$P = V \cdot I = R \cdot I^2 = \frac{V^2}{R}$$

Exemple 5

Une batterie de voiture de 12 V alimente un phare de 70 W . Quelle est l'intensité du courant consommé par le phare ?

Exemple 6

Une radio de voiture fonctionnant sur 12 V consomme $0,30\text{ A}$.

Combien d'énergie consomme-t-elle en 4 minutes ?

5. Lois des circuit

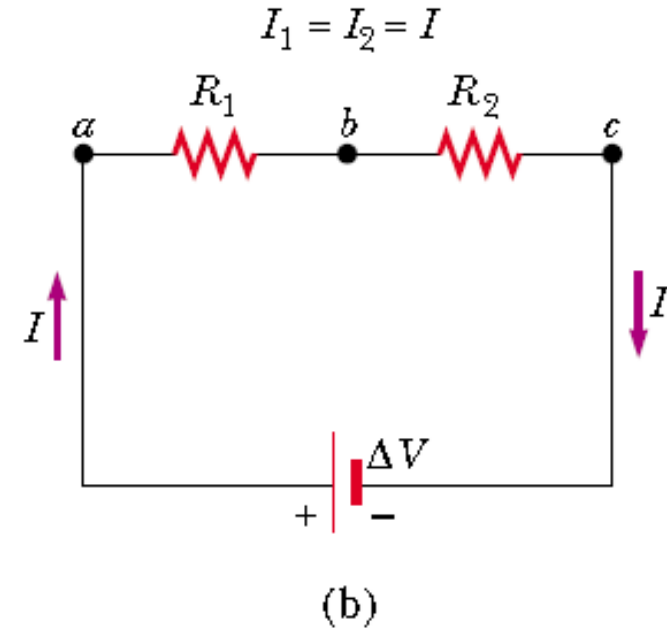
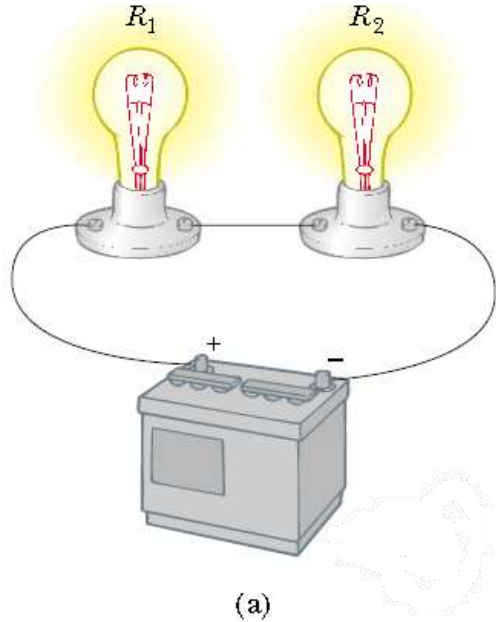
- Un **circuit** simple est un ensemble d'éléments (par exemple, des résistances et des piles) que l'on a connecté dans diverses combinaisons (en série ou en parallèle), pour former au minimum un circuit fermé, habituellement dans un but pratique ou pédagogique.
- L'analyse de circuits plus compliqués est simplifiée à l'aide de deux lois connues sous le nom de **lois de Kirchhoff**, qui découlent des lois de conservation de l'énergie et de conservation de la charge électrique.
- La plupart des circuits analysés sont supposés être en régime permanent, ce qui signifie que **les courants dans le circuit sont constants en amplitude et en direction**. Un courant qui est constant dans la direction s'appelle un **courant continu** (CC).

5.1. Résistance en série et en parallèle

- Considérons un circuit complexe formé par plusieurs branches et comprenant des résistances et des générateurs.
- Nous voulons calculer la tension entre les bornes de chaque élément et le courant qui le traverse.
- Le calcul est souvent assez compliqué ; mais deux configurations particulières sont faciles à analyser. Quand des résistances sont **en série** ou **en parallèle** ou **une combinaison** des deux, elles peuvent être remplacées par une seule résistance, appelée **résistance équivalente** R_{eq} (comme nous l'avons fait dans le cas de condensateurs, chapitre 2).
- Alors, on peut appliquer la loi d'Ohm et résoudre le problème par étapes.
- Comment calculer la résistance équivalente ?

5.1.1. Résistance en série

➤ Lorsque deux résistances ou plus sont connectées ensemble, comme les ampoules de la figure (a), on dit qu'elles sont en série.



➤ La figure (b) représente le schéma du circuit des ampoules (représentées par des résistances) et de générateur.

➤ Dans le cas d'une association en série de deux résistances, **les courants sont identiques** dans les deux résistances car la quantité de charge qui traverse R_1 doit également traverser R_2 dans le même intervalle de temps.

➤ La **différence de potentiel** appliquée aux bornes de l'association **en série** de résistances **se répartit** entre ces résistances.

➤ Sur la figure (b), puisque la tension entre **a** et **b** est égale à IR_1 et que la tension entre **b** et **c** est égale à IR_2 , tension entre **a** et **c** est :

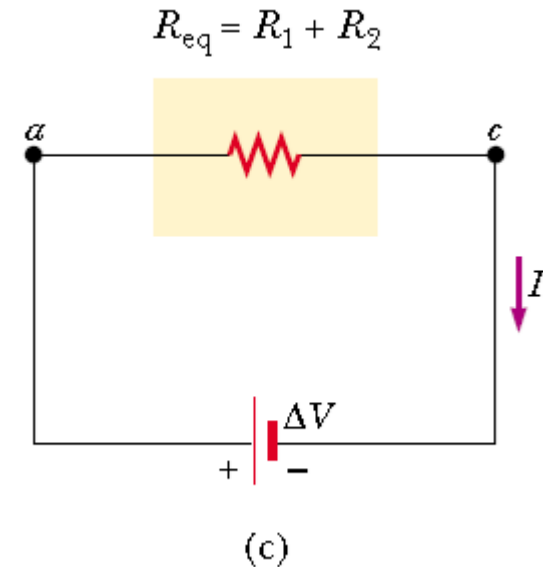
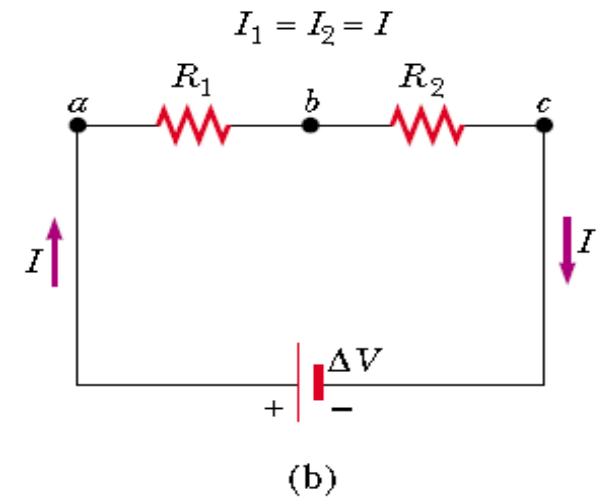
$$\Delta V = IR_1 + IR_2 = I(R_1 + R_2)$$

➤ La différence de potentiel aux bornes du générateur est également appliquée à la résistance équivalente R_{eq} dans la figure (c) :

$$\Delta V = IR_{eq}$$

➤ En combinant ces équations, on constate que l'on peut remplacer les deux résistances en série par une seule résistance équivalente dont la valeur est **la somme** des résistances individuelles :

$$\Delta V = IR_{eq} = I(R_1 + R_2) \longrightarrow \boxed{R_{eq} = (R_1 + R_2)}$$

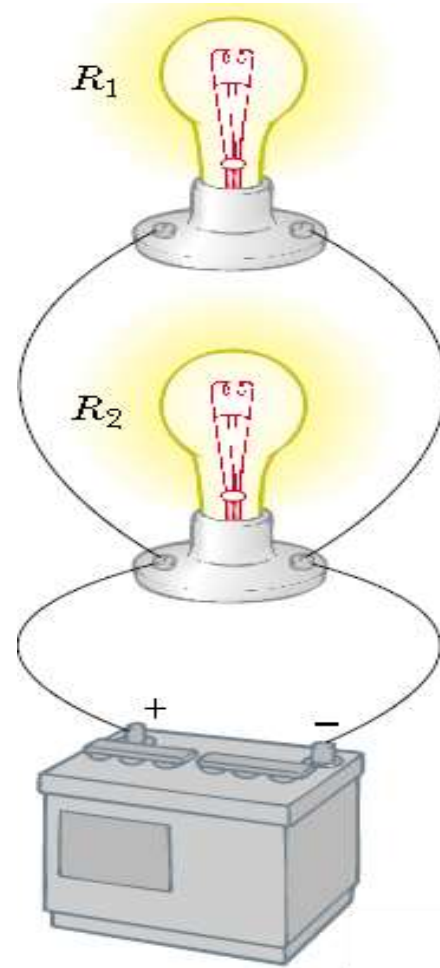


$$R_{eq} = (R_1 + R_2)$$

*Cette relation indique que la résistance équivalente R_{eq} d'une connexion en série de résistances est **la somme** numérique des résistances individuelles et est toujours **supérieure** à toute résistance individuelle.*

5.1.2. Résistance en parallèle

➤ Considérons maintenant deux résistances connectées en parallèle, comme illustré sur la figure (*d*).



(*d*)

➤ Lorsque les charges atteignent le point a de la figure (e), appelé jonction, elles se divisent en deux parties : une partie traverse R_1 et l'autre R_2 .

➤ Une jonction est un point d'un circuit où le courant peut se diviser.

➤ Cette division entraîne une intensité de courant plus faible dans chaque résistance que l'intensité du courant sortant du générateur.

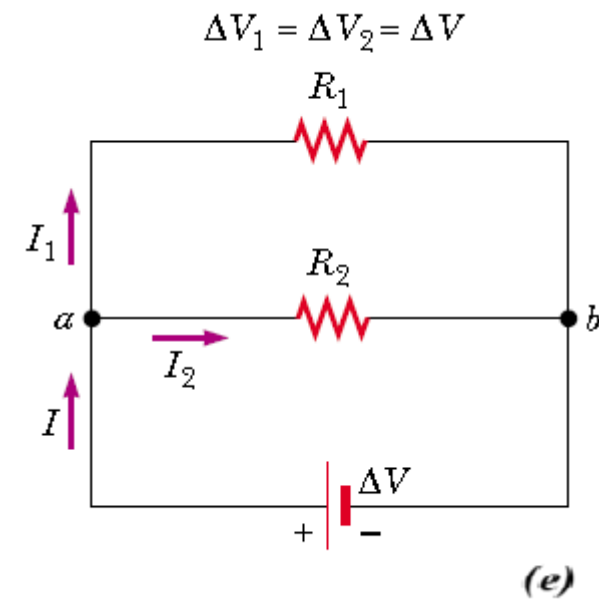
➤ La charge électrique se conservant, l'intensité I entrant au point a est égale à l'intensité totale du courant sortant de ce point :

$$I = I_1 + I_2$$

où I_1 est le courant dans R_1 et I_2 est le courant dans R_2 .

➤ La tension entre les bornes de chaque résistance est ΔV . La loi d'Ohm appliquée à chaque branche, permet d'écrire :

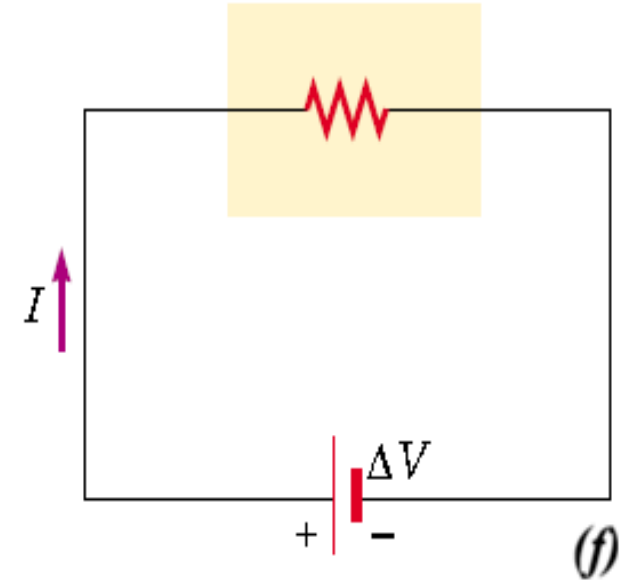
$$I = \frac{\Delta V}{R_1} + \frac{\Delta V}{R_2}$$



➤ Mais dans le circuit équivalent de la Figure (f), $I = \frac{\Delta V}{R_{eq}}$, alors :

$$\frac{\Delta V}{R_{eq}} = \frac{\Delta V}{R_1} + \frac{\Delta V}{R_2} \rightarrow \frac{1}{R_{eq}} = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

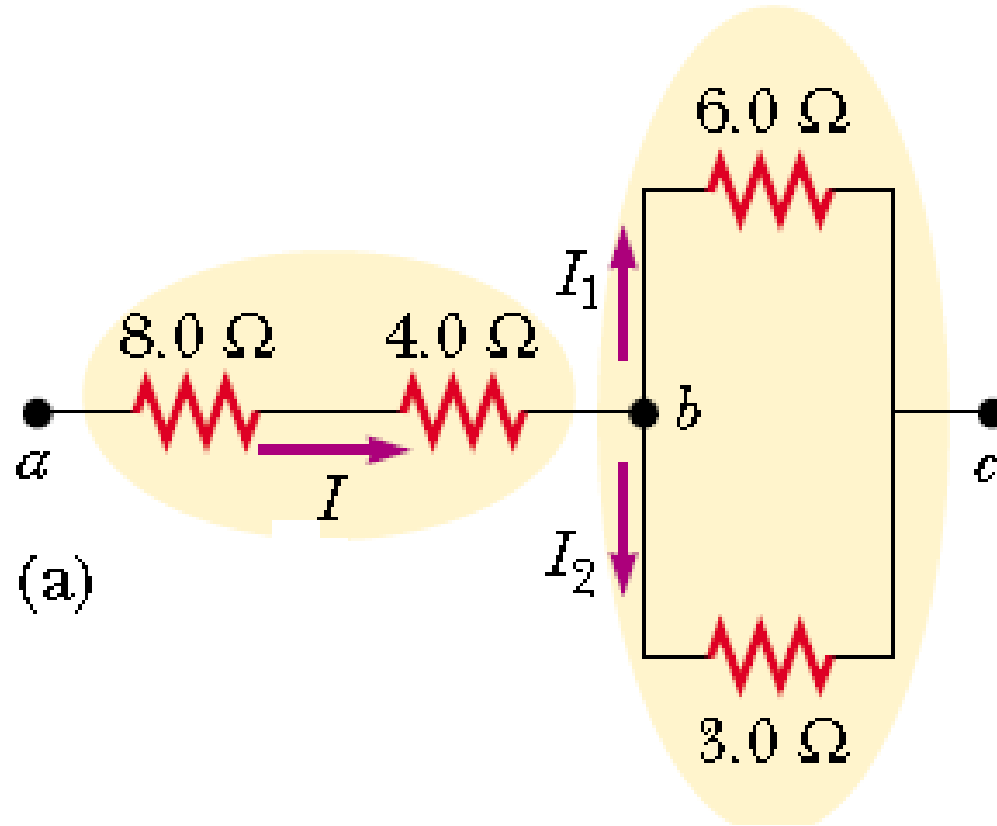


➤ On peut constater, d'après cette expression, que *l'inverse de la résistance équivalente R_{eq} de deux résistances ou plus connectées en parallèle est égale à la somme des inverses des résistances individuelles.*

De plus, la résistance équivalente R_{eq} est toujours *inférieure* à la plus faible résistance du groupe.

Exemple 7

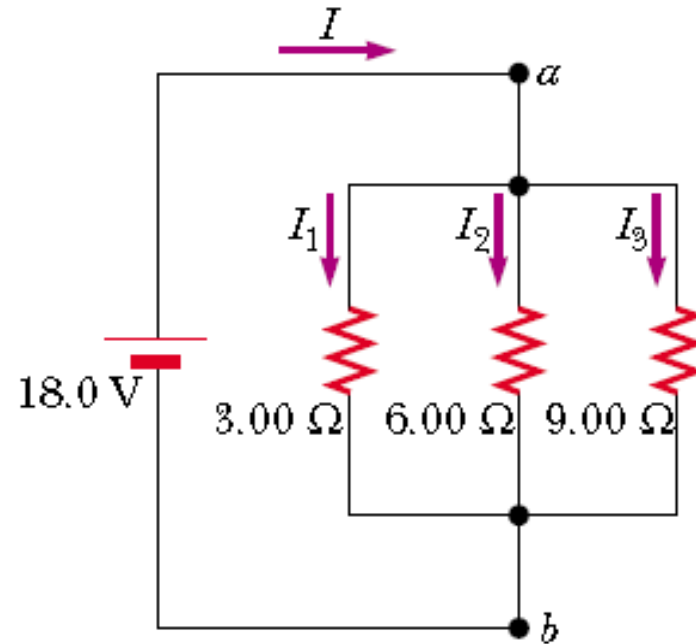
Quatre résistances sont connectées comme indiqué sur la figure suivante :



- Déterminez la résistance équivalente entre les points a et c .
- Quelle est l'intensité du courant dans chaque résistance si une différence de potentiel de $42\ V$ est maintenue entre a et c ?

Exemple 8

Trois résistances sont connectées en parallèle, comme illustré sur la figure suivante:



Une différence de potentiel de 18 V est maintenue entre les points a et b .

- A. Déterminez l'intensité du courant traversant chaque résistance.
- B. Calculez la puissance dissipée par chaque résistance et la puissance totale dissipée par l'ensemble des résistances.

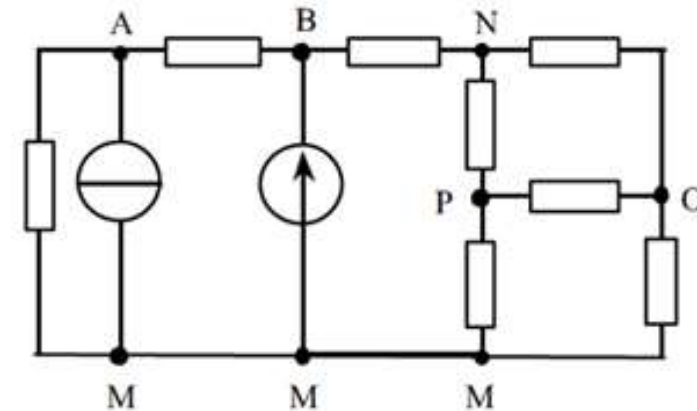
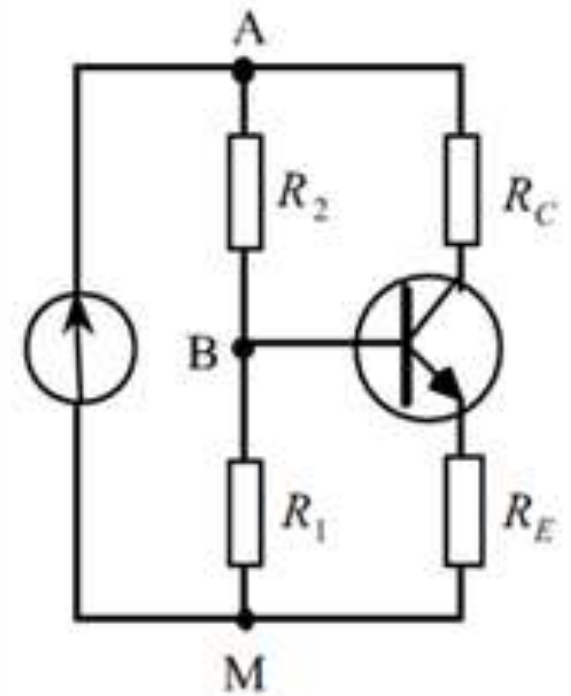
5.2. Fils de connexion – Nœuds – Branche – Maille – Circuit

- L'analyse des **circuits** électriques est simplifiée grâce à l'utilisation de deux lois qui furent énoncées par **G. R. Kirchhoff** : *la loi des nœuds et la loi des mailles*,
- ces lois expriment simplement la **conservation** de la **charge** électrique et de **l'énergie**.
- Avant d'énoncer ces lois, nous devons définir des termes qui nous serviront à décrire des circuits complexes :
- Les composants d'un circuit sont reliés par des ***fils de connexion*** qui sont des fils conducteurs avec une faible résistance négligeable devant les autres résistances du montage. **$R \simeq 0$** aux bornes d'un fil de connexion.

➤ Les branchements donnent naissance à ce que l'on appelle des **nœuds** qui sont des points de jonction entre **au moins 3 fils de connexion**.

➤ Par exemple sur la figure en face, les points **A**, **B** et **M** sont des **nœuds**. Entre deux nœuds d'un circuit, le potentiel est à priori différent.

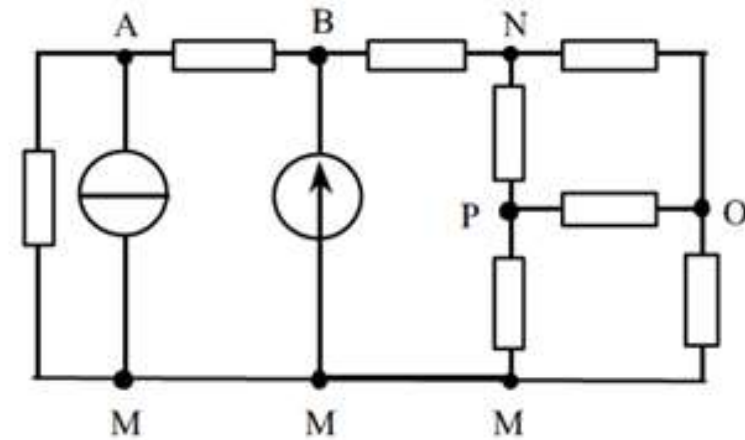
➤ Une **branche** est une portion d'un réseau limitée par **deux nœuds** qui en sont les extrémités. Il s'agit donc d'un sous-ensemble d'éléments mis en série, (c'est-à-dire parcourus au même instant par le même courant) et joignant deux nœuds. C'est le cas par exemple de **AB**, **BM**, **BN** ou **PC** ...



➤ Un ensemble de branches formant un contour fermé que l'on peut parcourir en ne passant qu'une fois par chaque *nœud* est une *maille*.

➤ Dans le schéma de la figure en face, l'exemple de *maille* noté :

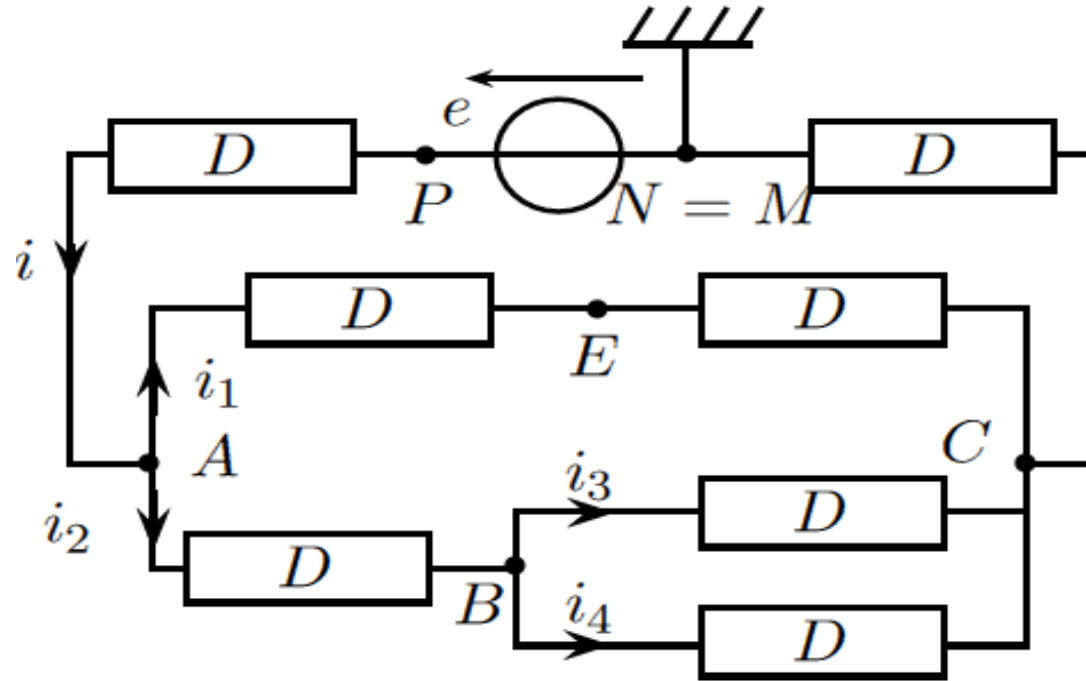
- **BNPMB** contient quatre branches ayant chacune un éléme
- **ABMA** est un autre exemple de *maille* constituée de trois branches. La branche **AM** est soit la branche constituée par la résistance, soit la branche constituée par la source de courant.



➤ Et enfin un réseau ou *circuit* est un ensemble de composants reliés par *des fils de connexion* qui peut être analysé en termes de *nœuds*, *branches* et *mailles*.

Exemple 9

Dans le circuit de la figure suivante, tous les dipôles D sont identiques.



Dénombrer les branches (b) et nommer les mailles élémentaires (m) et les nœuds (n) .

6. Lois de Kirchhoff

➤ Comme nous l'avons vu dans la section précédente, les circuits simples peuvent être analysés en utilisant l'expression $V = R I$ et les règles pour les combinaisons série et parallèle de résistances.

➤ En utilisant deux lois appelés **lois de Kirchhoff**, nous simplifions considérablement la procédure d'analyse des circuits plus complexes. Les lois de Kirchhoff peuvent être énoncées ainsi :

➤ *Loi des nœuds*: La somme des courants entrant I_{in} dans un nœud d'un circuit est égale à la somme des courants sortant I_{out} de ce nœud :

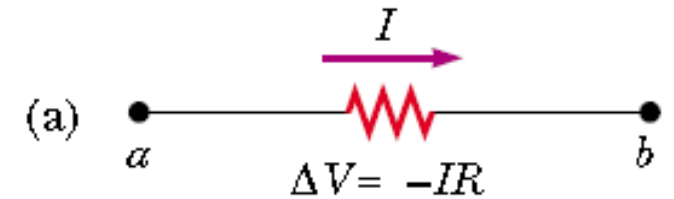
$$\sum I_{in} = \sum I_{out}$$

➤ *Loi des mailles*: La somme des différences de potentiel aux bornes de tous les éléments d'une **maille fermée** est nulle :

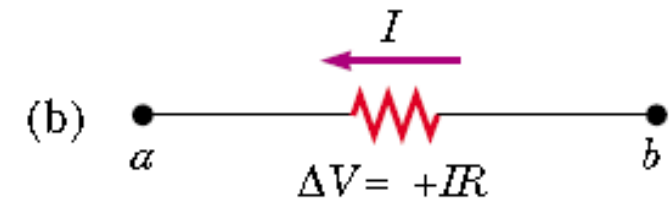
$$\sum_{\text{maille fermée}} \Delta V = 0$$

Il convient de noter les conventions de signes suivantes lors de l'utilisation de la deuxième loi de Kirchhoff « loi des mailles » :

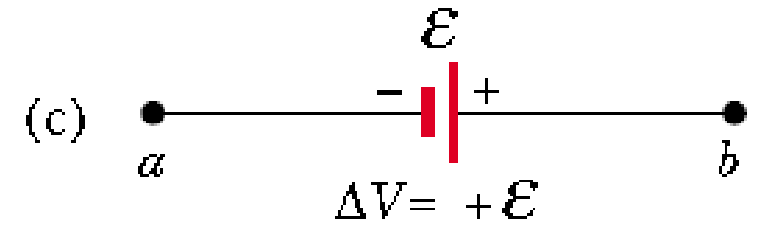
➤ Comme les charges se déplacent de l'extrémité à potentiel élevé d'une résistance vers l'extrémité à potentiel faible, si parcourt une résistance dans le sens du courant, la différence de potentiel ΔV à ses bornes est de $-IR$ (Fig. (a)).



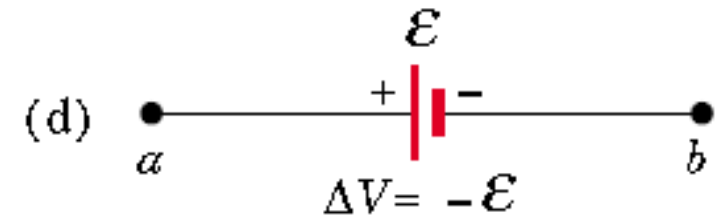
➤ Si une résistance est traversée dans le sens opposé au courant, la différence de potentiel ΔV à travers la résistance est $+IR$ (Fig. (b)).



➤ Si l'on traverse une source dans le sens de sa polarité (du pôle négatif $(-)$ au pôle positif $(+)$), la différence de potentiel ΔV est de $+\varepsilon$ (Fig. c).

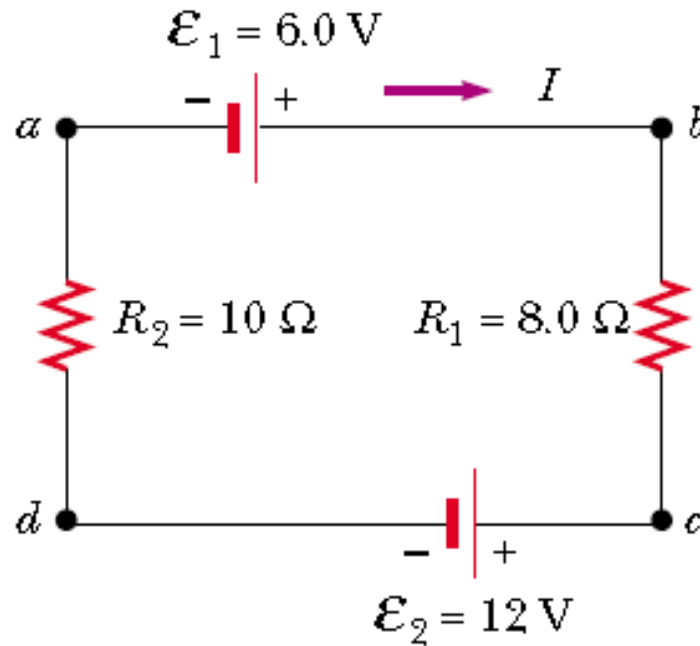


➤ Si l'on traverse une source dans le sens inverse de sa polarité (du pôle positif $(+)$ au pôle négatif $(-)$), la différence de potentiel ΔV est de $-\varepsilon$ (Fig. d).



Exemple 10

Un circuit à une seule maille contient deux résistances et deux générateurs, comme illustré sur la figure suivante :



- A. Déterminez l'intensité du courant dans le circuit.
- B. Quelle est la puissance fournie à chaque résistance ? Quelle est la puissance fournie par la pile de 12 V ?
- C. Que se passerait-il si la polarité de la pile de 12 V était inversée ? Quel serait l'impact sur le circuit ?

Exemple 11

Déterminez les courants I_1 , I_2 et I_3 dans le circuit représenté sur la figure suivant:

